

Tutti i diritti riservati.

© 1983 *Rivista di Studi Italiani*

ISSN 1916-5412 *Rivista di Studi Italiani*

(Toronto, Canada: in versione cartacea fino al 2004, online dal 2005)

IL TEMPO E L'OPERA

SULLE TRACCE DELLA MATEMATICA NELLA *COMMEDIA*

PAOLO MAROSCIA

Università di Roma "La Sapienza"

paolo.maroscia@uniroma1.it

CARLO TOFFALORI

Università di Camerino

carlo.toffalori@unicam.it

Un matematico che si avvicini oggi alla *Commedia* è forse meglio predisposto a comprenderne e apprezzarne la "complessità" rispetto non solo ai contemporanei di Dante ma anche ai matematici del passato. Le ricerche di questi ultimi, infatti, si concentravano per lo più su tempi e geografie dell'itinerario dantesco nell'aldilà, investigando la conformazione di Inferno, Purgatorio e Paradiso (come fece pure il giovane Galileo [Gal]) oppure l'anno esatto in cui il Poeta avrebbe intrapreso il suo viaggio immaginario (cfr. [Can], [DD]). Né sono mancate, in ambito scientifico (cfr. [DC], [Vi]), analisi approfondite della numerologia della *Commedia*, coltivate peraltro anche da filologi e dantisti (cfr. [Cur], [Go], [Ha], [Si]).

In effetti il poema accoglie una molteplicità di riferimenti e termini matematici, che Dante impiega con maestria a sostegno della sua poesia, spesso in similitudini di grande efficacia (cfr. [Man], [Mar1]). Si ritrovano così perfettamente coniugate nella *Commedia* "la precisione della Poesia e l'esattezza della Scienza" — per riprendere una felice espressione di Vladimir Nabokov [Na], recentemente analizzata e approfondita da Andrea Battistini [Ba]. Tuttavia in Dante la priorità spetta soprattutto alla precisione della parola, perfino rispetto alle esigenze della rima; ne troviamo testimonianza già nell'*Ottimo Commento* attribuito ad Andrea Lancia [Ot], in una chiosa al Canto X, 85 dell'*Inferno*: "Io scrittore udii dire a Dante, che mai rima nol trasse a dire altro che quello ch'avea in suo proponimento".

Ora, la *Commedia* è opera complessa per innumerevoli motivi. Innanzitutto perché rappresenta [Cur, p. 418] “il cosmo culturale del Medio Evo latino e dell’antichità vista alla maniera medievale”, nonché per l’accuratezza, che può ben dirsi “matematica”, dell’architettura e dei dettagli. C’è poi da considerare, per il suo ruolo rilevante, la “concezione figurale” dei personaggi e delle vicende del poema, trattata nei celebri saggi di Auerbach [Au]. Si pensi inoltre alla duplice veste di Dante, *auctor* e *viator*, con le conseguenti profonde “contraddizioni”. O ancora alla varietà e ricchezza di sentimenti che il Poeta manifesta con grande umanità — “è sì pietoso che vien meno ai casi di Francesca e di Paolo, ed è sì feroce che può concepire e descrivere con ispaventevole precisione il cranio di un uomo sotto i denti di un altro uomo”, per citare un’osservazione illuminante di Francesco De Sanctis [DS]. Alcuni decenni dopo, T.S. Eliot individuerà in Dante “la più esauriente e la più ordinata presentazione di sentimenti che sia mai stata fatta” [Cas, p. 47]. C’è infine da aggiungere la complessità della “lingua” di Dante, analizzata nel famoso saggio di Gianfranco Contini [Con], attraverso quattro “dei più visibili e sommari attributi”: il plurilinguismo, la pluralità di toni e di strati lessicali, l’interesse teoretico e la sperimentality incessante.

È nostra opinione che i matematici di oggi si trovino in posizione privilegiata per cogliere questi aspetti della complessità del mondo dantesco e, in generale, della complessità *tout court*. Ciò innanzitutto per la loro abitudine a orientarsi in un mondo multidimensionale, quale quello della *Commedia*, giacché proprio nel Novecento si è sviluppato lo studio degli spazi astratti di dimensione arbitraria o addirittura di dimensione infinita [Boy]. E poi per la consuetudine, maturata fin dall’Ottocento, a esaminare punti di vista diversi e perfino antitetici, e tuttavia singolarmente coerenti, come nello studio delle geometrie non euclidee [CR]. E ancora, per l’attitudine a conciliare le certezze tipiche della loro disciplina con le indeterminatezze che talora sorprendentemente vi affiorano: basti pensare ai teoremi di incompletezza di Gödel, che provano l’impossibilità umana di cogliere i fondamenti ultimi dell’aritmetica ([NN], [LT]). Per di più (cfr. [DG]) oggi è da ritenersi superato “il vecchio pregiudizio secondo il quale la Matematica sarebbe la scienza della quantità”; anzi nel modo in cui essa si accosta a vari problemi “l’aspetto qualitativo è preminente rispetto a quello quantitativo”.

Partendo da queste premesse, desideriamo esplorare la presenza della matematica e dei matematici nella *Commedia*. Ricerchiamo quindi nei versi danteschi tracce di figure come Pitagora, Euclide, Archimede, insieme ad aspetti della matematica che proprio questi personaggi hanno dischiuso. Non ci limitiamo però a un puro elenco di nomi o di teoremi lì ricordati. Semmai attingiamo ad altre opere dantesche, soprattutto al *Convivio*. Al tempo stesso mostriamo come Dante superi talora le conoscenze matematiche e scientifiche

della sua epoca e sembri anticipare, grazie alla sua vasta cultura e alla sua sensibilità di artista, alcuni aspetti della matematica moderna.

Esemplare ci sembra in questa prospettiva la figura di Pitagora, il nome di massimo prestigio dei primordi della storia matematica (visse nel VI secolo a. C.), che tuttavia non risulta mai citato esplicitamente nel poema. Un'omissione apparentemente poco comprensibile, tanto più che la *Commedia* è pervasa di "spirito pitagorico", come parecchi autori attestano, in varie forme (cfr. [Boi], [Cur], [Fer], [Go], [Ha], [LG], [Ro], [Spi], [Vi]). Per di più, il *Convivio* riserva all'antico filosofo e matematico espressioni ripetute di viva ammirazione [Toy]. Cercheremo allora di approfondire la questione e di esaminare le possibili ragioni di questa esclusione.

Il lavoro è diviso in sette capitoli. Il primo è un'introduzione generale alla matematica dantesca. Il secondo è appunto dedicato a Pitagora, che presentiamo nei termini già anticipati. Il terzo tratta invece Euclide, l'altra autorità matematica indiscussa all'epoca di Dante, e la sua geometria, tenendo presente il ruolo speciale assegnato nel *Convivio* al punto e al cerchio, intesi come polarità principali e opposti estremi. Il quarto capitolo si occupa del cerchio e della sua quadratura, un dilemma matematico che influenza e anima vari passi della *Commedia* e di altri scritti di Dante. Il quinto capitolo tratta di Astronomia e Astrologia, analizzando in particolare la concezione aristotelico-tolemaica dell'universo dantesco. Dopo un breve accenno alla Dialettica o Logica, nel capitolo finale riprendiamo l'argomento principale del lavoro e, basandoci sulle testimonianze di autorevoli matematici e pensatori del secolo scorso, ribadiamo come Dante intuisca col suo genio alcune idee cruciali della scienza moderna. L'articolo termina con una bibliografia aggiornata, attenta soprattutto ai commenti sulla *Commedia* da parte di studiosi di area scientifica. Per le opere di Dante, facciamo costante riferimento all'edizione 1965 del settimo centenario della nascita [Al].

1. La matematica nella *Commedia*: un primo sguardo

In un saggio del 1950 dedicato a Dante e pubblicato in una raccolta di studi sul Trecento nella civiltà fiorentina, insieme a contributi di altri prestigiosi intellettuali (da Emilio Cecchi a Giacomo Devoto, da Gianfranco Contini a Salvatore Quasimodo, per citare solo alcuni nomi), un grande matematico italiano, Francesco Severi (1879-1961), traccia una sintesi illuminante delle conoscenze scientifiche di quell'epoca [Sev]:

L'astronomia aristotelico-tolemaica, era invero allora strettamente legata all'astrologia; la fisica era subordinata ai principi della Scolastica,

i quali benché non refutassero l'osservazione dei sensi, erano tuttavia lontani dalla subordinazione al metodo sperimentale, che il genio di Galileo additò tre secoli dopo; la chimica era soltanto la scienza diabolica degli alchimisti; la matematica riducevasi a poche nozioni elementari, inadeguati e parziali ricordi delle conoscenze dei greci e dei popoli dell'oriente vicino e lontano. [...] Ai tempi di Dante non restavano... nella cultura dei dotti e nelle scuole che poche elementari tradizioni euclidee; nessuna traccia di altre linee (che pure erano state considerate in gran numero dall'antichità, linee sia algebriche che trascendenti), le quali non fossero la retta ed il cerchio: nessuna traccia di altri strumenti, che non fossero la riga e il compasso o il quadrante che ne deriva.

“Pochi elementari tradizioni euclidee”. In ciò dunque consisteva la matematica del Medio Evo; ma di quelle tradizioni Dante possedeva piena padronanza [Sev]: “tutto ciò che allora di Euclide si conosceva, l'Alighieri sapeva”. Dante aveva probabilmente appreso l'opera di Euclide attraverso la traduzione di quel Severino Boezio, cui tributa ripetuta ammirazione nei suoi scritti, stimandolo alla stregua di un santo (*Paradiso*, X, 124); tra l'altro, Boezio aveva tradotto in latino anche le opere di Nicomaco, uno dei più importanti matematici neopitagorici, traendone spunto per scrivere il suo trattato *De Institutione Arithmetica*. Come dicevamo, Dante era pure ben consapevole di Pitagora e del suo pensiero. Pare invece accertato che non abbia conosciuto l'opera dell'altro grandissimo matematico dell'antichità, Archimede, se non indirettamente, attraverso testimonianze o riferimenti di Plutarco, Cicerone e altri autori classici, inclusi alcuni poeti del I secolo a.C., tra cui Virgilio, Catullo, Orazio (cfr. [Ge]). Del resto, la riscoperta di molti trattati archimedei avvenne solo nel Rinascimento.

È naturale poi domandarsi se Dante venne a conoscenza degli sviluppi rivoluzionari della matematica del suo tempo, dovuti a Leonardo Fibonacci, vissuto all'incirca tra il 1170 e il 1242. Al 1202 risale in particolare la pubblicazione del fondamentale *Liber Abaci* [Fi], in cui Fibonacci introduceva nel mondo occidentale le cifre indo-arabe, incluso lo zero, e la notazione posizionale che utilizziamo ancora oggi. Ma la questione di un eventuale legame tra Dante e Fibonacci è tuttora aperta, in mancanza di prove decisive. I segnali, però, sono prevalentemente negativi. Per esempio, ancora nel 1299 (cfr. [An, p. 118]) “un articolo dello Statuto dell'Arte del Cambio di Firenze [...] vietava l'uso delle cifre arabiche, in quanto, a differenza dei caratteri romani, si prestavano ad alterazioni e falsi”. Del resto, Dante impiega nelle sue opere unicamente la notazione numerica romana. Anzi il riferimento a quei segni influenzò profondamente tutta la *Vita Nuova*, come è ampiamente documentato

in [Go], attraverso un'analisi accurata delle sottili relazioni dei “numeri romani” con i simboli e le parole, che ivi affiorano in più punti (cfr. anche [Cur]). Ma tracce di ciò si trovano pure nella *Commedia*. Basterà citare qui, per limitarsi a un esempio famoso, i versi 43-44 del canto XXXIII del *Purgatorio* e il misterioso personaggio lì evocato con i numeri, “un cinquecento diece e cinque, / messo di Dio”: questo 515, in cifre romane, diventa DXV e a meno di un anagramma richiama “DVX”, forse l'imperatore Arrigo VII in cui Dante riponeva le sue speranze politiche. Si tratta comunque di versi legati a una profezia di Beatrice, che restano tuttora enigmatici, nonostante le varie interpretazioni finora proposte (cfr. [Bog]).

“Poche nozioni elementari”. Pur tuttavia, a prescindere da ogni riferimento alla *Commedia*, la matematica di quell'epoca occupava vasta parte dell'orizzonte culturale, e quasi per intero le arti del Quadrivio: Aritmetica, Geometria, Astronomia e Musica. In verità Dante sembra riservare proprio all'Astronomia una qualche priorità, reputando Aritmetica e Geometria come sue ancelle — peraltro nobilissime, perché sommamente nobile è la padrona. Non vanno tuttavia dimenticati gli stretti rapporti che, nel pensiero pitagorico, legano le quattro discipline, né va ignorato come la sistemazione delle arti del Quadrivio sia stata il frutto di una lunga elaborazione di quella visione, sviluppata da Platone e dai neoplatonici, fino ad Agostino, Marziano Capella, Boezio e Cassiodoro, solo per ricordare alcuni nomi. Non stupisce allora che le quattro arti si ritrovino armonicamente fuse tra loro e costituiscano, insieme a quelle del Trivio, i pilastri della visione culturale dell'epoca. Tanto del resto viene illustrato dettagliatamente nel *Convivio* e testimoniato dalla *Commedia*. Resta tuttavia per il lettore di oggi un ulteriore ostacolo da superare perché, come segnala esplicitamente Curtius: “Noi moderni [...] siamo oramai del tutto estranei al simbolismo dei numeri” [Cur, p. 407]. D'altra parte, questo simbolismo numerico non sembra ancora adeguatamente considerato nell'ambito degli studi letterari e filologici dedicati a Dante, come sottolinea Hardt all'inizio dell'introduzione al suo volume [Ha, p. 15]: “I numeri impiegati nella *Divina Commedia* hanno destato finora scarsissimo interesse”.

Come che sia, Dante manifesta ovunque per la matematica conoscenza e rispetto. Vedremo tra breve con quali parole la elogia nel mirabile affresco che conclude il secondo trattato del suo *Convivio* e collega direttamente le sette arti liberali e i primi sette cieli astronomici attorno alla Terra. Ma anche altrove nella sua opera, per esempio nello stesso *Convivio* (IV, IX, 5), Dante la tratta con deferenza, definendola nel caso specifico una dottrina teorica, come tale paragonabile a Fisica e Teologia, ma differente da queste e rivolta allo studio di concetti astratti e immutabili, che possiamo ricercare e conoscere, ma non alterare.

C'è da aggiungere infine che nella *Commedia* la matematica compare a volte con un ruolo secondario, finalizzato a rendere più efficace il discorso poetico. Un esempio emblematico è il celebre *incipit* del Canto VI del *Purgatorio*, centrato su un gioco di dadi — la zara — e sul giocatore che ha appena perso, intento tuttavia a ripetere i lanci dei dadi, forse per ricavarne qualche insegnamento utile nel futuro: “Quando si parte il gioco della zara, / colui che perde si riman dolente, / repetendo le volte, e tristo impara”. Taluni commentatori hanno creduto di vedere in quei versi un'anticipazione della teoria della probabilità, che sarebbe stata codificata solo nel '600, grazie soprattutto a Blaise Pascal (1623-1662). Ma un'attenta rilettura dell'intero episodio consente di scoprire che “il gioco della zara” è in realtà un “pretesto” usato da Dante per parlare di sé, nelle successive sei terzine (vv. 10-27). Il fatto è che “[l]e similitudini di Dante non sono mai descrittive, puramente figurative: perseguono sempre il fine concreto di dare un'immagine interiore della struttura o della tendenza” [Man, p. 132]. Nei versi successivi, infatti, il centro della scena si sposta subito dal perdente al vincitore (v. 4: “con l'altro se ne va tutta la gente”) e il ritmo diventa sempre più accelerato. Ecco così il giocatore vittorioso che si allontana rapidamente, cercando di sottrarsi alla calca di coloro che lo circondano per complimentarsi: ben sei versi (4-9) sono dedicati a lui e solo due al rivale sconfitto. Dopodiché, Dante si paragona proprio al vincitore (vv. 10-12): “Tal era io in quella turba spessa, / volgendo a loro, e qua e là, la faccia, / e promettendo mi sciogliea da essa”. Infatti le anime del *Purgatorio*, che hanno riconosciuto l'ospite di passaggio, lo attorniano per chiedergli di ricordarle ai loro cari per i loro suffragi, una volta ritornato sulla Terra al termine del suo viaggio. La similitudine del gioco della zara sembra così trovare una piena e convincente giustificazione (cfr. [PS]), se messa in relazione al complesso problema teologico sollevato da Dante, riguardante l'efficacia delle preghiere per i defunti (vv. 25-27). Si tratta di una questione che non può essere affrontata con la sola ragione, sicché per la sua soluzione Virgilio rimanda a Beatrice (vv. 43-48), che scioglierà tutti i dubbi di Dante nel *Paradiso*, XX, 94-99.

2. Una presenza nascosta: Pitagora

Tutto, in Occidente, ha inizio con un pensatore vissuto nel VI secolo a.C., sembra fra il 570 e il 495 circa, fra Samo nell'Egeo e Crotona in Italia meridionale: Pitagora. Si dice di lui che abbia visitato l'Egitto e abbia appreso i principi della geometria dagli Egizi, dell'astronomia dai Caldei, e del calcolo dai Fenici, mentre avrebbe preso dai Magi quel che riguardava il culto degli dèi e altre norme di vita. Non pare, Pitagora,

aver lasciato scritti, e quel che si sa delle sue dottrine è incerto, spesso attribuito a lui ma forse dovuto ai suoi allievi, e decisamente curioso per noi: sospeso fra scienza, religione e filosofia. [...] Pitagora e i suoi seguaci credono che le stelle siano dèi e che il cosmo sia animato, intelligente e sferico, con la Terra al centro. [...] Non piccola parte della sua sapienza è dovuta al suo amore per la poesia e alla sua devozione verso le Muse. [...] Pitagora lega le une alle altre le Muse e le stelle proprio sulla base della musica celeste...”.

Così viene introdotto Pitagora, in modo straordinariamente efficace, in [Boi, pp. 93-94].

Come abbiamo già sottolineato, Pitagora non viene mai menzionato nella *Commedia*: né come matematico, né come filosofo. E ciò, nonostante le espressioni di ammirazione che, almeno come filosofo, si merita nel *Convivio*, non meno intense e convinte di quelle riservate ad Aristotele. È un’ammirazione che non stupisce affatto, neppure oggi; basta leggere alcuni testi importanti, quali per esempio [Ferg], [Gia], [Ro], [Ze1], oltre a [Boi].

Alla luce dell’enorme influenza esercitata dal pensiero pitagorico in tutta la cultura occidentale, riteniamo che un filo rosso colleghi, in particolare, Pitagora a Dante attraverso la Sapienza biblica: a questo argomento intendiamo dedicare il presente capitolo. Proveremo così a sollevare, motivandola adeguatamente, una “questione pitagorica” riguardo alla *Commedia*, che a noi, lettori “esterni”, pare meritevole di ulteriori approfondimenti.

Non è difficile individuare questo filo rosso — un lungo e affascinante percorso ideale — e seguirlo nei suoi sviluppi, se concepiamo innanzitutto la letteratura sapienziale “come un incontro eclettico della cultura ebraica con quella greca” [Boi, p. 13] e teniamo conto poi della speciale “curvatura” impressa alla tradizione pitagorica e neopitagorica da Platone, e successivamente da Filone di Alessandria e Clemente Alessandrino (per citare solo gli autori più importanti) fino ad Agostino e a Boezio. Numerosi sono i contributi specifici su questo tema, tra cui: [Bee], [Boi], [DSD], [Ferg], [Tof2], [Ze1]. Ancora più numerose sono le citazioni pertinenti che si possono rinvenire nell’Antico Testamento [Mar3], a partire dal famoso versetto (*Sapienza*, XI, 20) “Omnia in mensura et numero et pondere disposuisti” [Bib, p. 1399], oppure nelle opere di Agostino (cfr. [Cit], [Tof1]). In particolare, molto utile per seguire il percorso di questo filo rosso risulta il volume [Ze1] di Paolo Zellini, un’opera di ampio respiro, ricca di riflessioni profonde e originali, oltreché di preziosi riferimenti puntuali; ci limitiamo qui a segnalarne due capitoli fondamentali: “Cristo e Pitagora” (pp. 166-177) e “Numero e Sapienza” (pp. 178-189).

Il punto di partenza della nostra analisi è rappresentato da una svolta “cruciale” nella vita di Dante e nel suo processo di crescita interiore. Ci riferiamo a quella maturità che egli ritiene d’aver raggiunta dopo i travagli per la morte di Beatrice. Dante lo sottolinea ben due volte all’inizio del *Convivio* (I, I, 16):

E se nella presente opera, la quale è *Convivio* nominata e vo’ che sia, più virilmente si trattasse che ne la *Vita Nuova*, non intendo però a quella in parte alcuna derogare, ma maggiormente giovare per questa quella; veggendo sì come ragionevolmente quella fervida e passionata, questa temperata e virile esser conviene.

La ragione dell’equilibrio così ottenuto è spiegata più tardi, proprio al termine del secondo trattato (XV, 12): “dico e affermo che la donna di cui io innamorai appresso lo primo amore fu la bellissima e onestissima figlia de lo imperadore de lo universo, alla quale Pittagora pose nome filosofia”. Viene qui descritto chiaramente il passaggio dall’amore per Beatrice a quello per la filosofia, cioè per la Sapienza umana, riconoscendo a Pitagora il primato quanto al “nome filosofia”. Si sottolinea tuttavia come questa Sapienza, “figlia de lo imperadore de lo universo”, venga da Dio e sia illuminata da Dio. La Beatrice terrena e il dolore per la sua scomparsa avvicinano Dante alla filosofia che, grazie a Boezio, lo consola e lo rasserena, così come nella *Commedia* la Beatrice celeste lo introdurrà alla visione di Dio. Possiamo così azzardare a questo punto una sorta di proporzione matematica, nei termini di un duplice parallelismo: tra Pitagora “filosofo nobilissimo” e “amatore di sapienza” (*Convivio*, III, XI, 3 e 5) e la Sapienza divina, e tra Beatrice terrena e Beatrice celeste. Ciò si potrebbe esprimere per maggiore chiarezza nella forma seguente:

“Pitagora : Sapienza divina = Beatrice terrena : Beatrice celeste”.

In realtà, più che di una separazione netta e definitiva tra le due “figure” di Beatrice, così come tra la filosofia pitagorica e la Sapienza divina, si potrebbe parlare piuttosto di una tacita, impercettibile “continuità”. Infatti, per citare un esempio tra i tanti, quando all’inizio del *Paradiso* Dante “trasumana” e si eleva con Beatrice dal Purgatorio verso i cieli, ad accoglierlo c’è sì uno sflogorio di luce, ma pure una dolce delizia di suoni (Canto I, vv. 76-84):

Quando la rota che tu sempiterni
desiderato, a sé mi fece atteso
con l’armonia che temperi e discerni,
parvemi tanto allor del cielo acceso

de la fiamma del sol, che pioggia o fiume
lago non fece mai tanto disteso.
La novità del suono e 'l grande lume
di lor cagion m'accesero un disio
mai non sentito di cotanto acume.

Ebbene, questa beatitudine di occhi ma anche di orecchi richiama proprio il pensiero di Pitagora e quella musica delle sfere, che gli astri producono con i loro movimenti intorno alla Terra, concorrendo così all'armonia matematica dell'universo. Ma a ispirare questa armonia, che l'uomo Pitagora intuisce (e del resto anche Platone ribadisce nel *Timeo*), c'è Dio, come afferma Beatrice poco più avanti (vv. 103-105): “le cose tutte quante / hanno ordine tra loro, e questo è forma / che l'Universo a Dio fa simigliante”.

In definitiva l'esclusione di Pitagora come filosofo dalla *Commedia* pare trovare una sua giustificazione. Se il suo nome non compare esplicitamente, è perché in qualche modo intervengono a rappresentarlo prima Virgilio e poi la stessa Beatrice. D'altra parte una certa “reticenza” da parte di Dante, più o meno giustificata, si incontra nella *Commedia* pure in altre occasioni (cfr. [Mar2]). Anche nel *Convivio* si nota un'omissione alquanto significativa, proprio a proposito de “la musica e la danza delle sfere”, mai menzionata quando si collegano arti liberali e cieli astronomici [Boi, p. 110]. Secondo Boitani, Dante non ne parla “forse perché il trattato è tutto improntato ad Aristotele, che aveva rifiutato la teoria pitagorico-platonica come assurda nel *De caelo*”; resta tuttavia la discordanza con Dante poeta e con quanto appena osservato sui versi 76-84 del I Canto del *Paradiso*.

Quanto poi a Pitagora matematico, Dante non ignora certo il ruolo fondamentale che egli assegnava al numero, ritenuto la chiave per comprendere l'universo e il fondamento della conoscenza. Basterà ricordare, ancora nel secondo trattato del *Convivio* (XIII, 15-19) la celebrazione dell'Arismetria, ossia dell'Aritmetica, che viene addirittura paragonata al Sole perché, al suo pari, illumina e abbaglia:

E 'l cielo del Sole si può comparare all'Arismetria per due propietadi: l'una si è, che del suo lume tutte le altre stelle s'informano; l'altra si è, che l'occhio nol può mirare. E queste due propietadi sono nell'arismetria, ché del suo lume tutte le scienze s'alluminano; perocché i loro soggetti sono tutti sotto alcuno numero considerati, e nelle considerazioni di quelli sempre con numero si procede. Sì come ne la Scienza naturale è subietto lo corpo mobile, lo quale corpo mobile ha in sé ragione di continuitade, e questa ha in sé ragione di numero infinito [...] Pittagora, secondoché dice Aristotile nel primo della Fisica, poneva

i principii delle cose naturali, lo pari e lo dispari; considerando tutte le cose essere numero. L'altra proprietà del sole ancor si vede nel numero, del quale è l'arimetica, ché l'occhio dello 'ntelletto nol può mirare; perocché il numero, quando è in sé considerato, è infinito: e questo non potemo noi intendere.

Un elogio straordinario e convinto del credo pitagorico “Tutto è numero”, che avrebbe influenzato per secoli tutta la cultura occidentale, riemergendo addirittura inalterato con Baudelaire: “Tout est nombre. Le nombre est dans tout”. Nella concezione di Dante poi, e in pieno accordo con il pensiero di Pitagora e le Sacre Scritture (cfr. [Mar3]), ogni singolo numero possiede una valenza nascosta. Ciò è del tutto coerente con lo *Zeitgeist* del Medio Evo. Come scrive lo storico Jacques Le Goff [LG]: “L'uomo medievale, come il poeta Baudelaire, vive in una 'foresta di simboli'. L'ha detto sant'Agostino: il mondo si compone di *signa* e di *res*, di segni, ossia di simboli, e di cose. Le *res* che sono la vera *realtà* restano nascoste; l'uomo afferra solo dei segni. Il libro essenziale, la Bibbia, racchiude una struttura simbolica. A ciascun personaggio, a ciascun avvenimento del Vecchio Testamento corrisponde un personaggio, un avvenimento del Nuovo Testamento. [...] L'uomo medievale è affascinato dal numero. Fino al XIII secolo ad esercitare il maggior fascino è il numero simbolico”.

Tornando al brano del *Convivio*, Dante sviluppa lì alcune considerazioni penetranti sulla natura dei numeri, che reputa sì alla base di ogni scienza, eppure sfuggenti per la loro infinità. Ora, se le sue prime osservazioni si accordano perfettamente col pensiero pitagorico, l'ultima lo supera e vibra di una sorprendente modernità. L'accento all'infinità del numero, incomprensibile all'intelletto umano — ma non a Dio, come pure la *Commedia* fa intendere — evoca infatti un passo famoso della *Città di Dio* di Sant'Agostino [Ag, XII, 18], in cui si sostiene che la scienza divina abbraccia certamente l'infinito e la totalità dei numeri, che del resto Dio stesso ha creato. L'infinito non è dunque anatema, ma oggetto di conoscenza, sia pure riservata a una sapienza superiore a quella umana. Agostino pare così anticipare la rivoluzione di Georg Cantor di fine Ottocento, con lo sviluppo di una teoria matematica del numero infinito, e Dante, in qualche modo, sembra seguire la sua scia. Si pensi al passo del *Convivio* (II, V, 5) sul numero degli angeli, dove si legge che la Chiesa “dice, crede e predica quelle nobilissime creature quasi innumerabili”. Ma soprattutto alla terzina famosissima (*Paradiso* XXVIII, 91-93) che descrive la straordinaria numerosità delle gerarchie celesti, utilizzando le combinazioni ottenibili su una scacchiera: “L'incendio suo seguiva ogni scintilla; / ed eran tante, che 'l numero loro / più che 'l doppiar degli scacchi s'immilla”. Qui, tra le tante innovazioni linguistiche sparse qua e là nella *Commedia*, Dante introduce il neologismo

“*imillare*”, cioè moltiplicarsi di mille in mille: una descrizione efficacissima di quella che oggi si chiama crescita esponenziale. Sempre nel *Paradiso*, si ritrovano altri due verbi “parasintetici” conati da Dante sulla base di un numerale: *incinquarsi* (IX, 40), *intreare* (XIII, 57), come abbiamo appreso da Luca Serianni, che qui volentieri ringraziamo e di cui è appena uscito presso l’Editore il Mulino *Parola di Dante*: un libro affascinante sull’eredità linguistica del grande poeta.

Per finire, la nostra proposta di approfondimento della “questione pitagorica” sembra confortata anche da alcuni significativi dati iconografici. Ci riferiamo a una delle cinque formelle realizzate un secolo dopo la morte di Dante da Luca della Robbia (1400-1482), per completare la serie dei bassorilievi per il Campanile di Giotto eseguiti da Andrea Pisano (1290-1348). Essa celebra proprio l’arte della geometria e dell’aritmetica e chiama ancora a simboleggiarla, appunto, Pitagora ed Euclide. Anzi, in proposito ci si potrebbe spingere oltre e arrivare, a un altro secolo di distanza, all’affresco della *Scuola di Atene* di Raffaello: tra gli “spiriti magni” che vi sono dipinti, a raffigurare la matematica resistono Pitagora ed Euclide, ciascuno con la propria lavagnetta [Gam].

3. Euclide geomètra

Euclide è ricordato nella *Commedia* in un unico verso, nell’*Inferno*, IV, 142. Vi leggiamo per l’appunto: “Euclide geomètra, e Tolomeo”. L’attributo che lo accompagna, “*geomètra*”, interviene probabilmente a distinguerlo dal filosofo Euclide di Megara. In ogni caso, Euclide e Tolomeo, insieme a Talete (“*Tale*”) che compare al verso 137, sono gli unici “matematici” dell’antichità citati nell’occasione, nella schiera di filosofi e scienziati che Dante incontra nel Limbo. Borges reputa il relativo elenco un “arido catalogo di nomi propri” [Bor, *Saggi danteschi, Il nobile castello del canto quarto*, pp. 1269-1274], che forse simboleggia la condizione di vuoto e di esclusione di quegli “illustri fantasmi”, estromessi dalla beatitudine del Paradiso. Mandelštam ne dà invece tutt’altra interpretazione ([Man], p. 125): “Il finale del canto IV è un’orgia di citazioni, nel quale trovo un’esibizione schietta e incontaminata della tastiera dantesca d’indicazioni allusive: una passeggiata sui tasti per tutto l’orizzonte dell’antichità [...]”. A questa escursione “musicale” i tre, Euclide, Tolomeo e Talete, contribuiscono.

A Tolomeo accenneremo più tardi. Di Talete converrà ricordare che fu non solo matematico, ma anche astronomo e filosofo, vissuto prima di Pitagora (tra il settimo e il sesto secolo a.C.). Di lui rammentiamo ancora oggi i teoremi sulla similitudine dei triangoli e il metodo ingegnoso, a lui attribuito, per misurare

l'altezza delle Piramidi. Concentriamoci però su Euclide, che visse invece tra il quarto e il terzo secolo a.C. Il suo prestigio e la sua autorevolezza, non solo in geometria ma anche in ottica, erano ben vivi all'epoca di Dante. Ciò non toglie che egli compaia esplicitamente nella *Commedia* una sola volta, come abbiamo detto.

Il suo nome richiama tuttavia la Geometria, allo stesso modo in cui Pitagora evoca l'Aritmetica. In effetti anche la Geometria si merita la sua celebrazione alla fine del trattato secondo del *Convivio* (XIII, 25-27). Nell'occasione il paragone è con "lo cielo di Giove". A sorreggerlo sono di nuovo "*due proprietadi*", collegate proprio alle teorie astronomiche di Tolomeo, ossia che Giove è "stella di temperata complessione, in mezzo de la freddura di Saturno e de lo calore di Marte" e inoltre che "bianca si mostra, quasi argentata". Le stesse caratteristiche si riscontrano nella Geometria: la seconda perché anch'essa è "*bianchissima*", "senza macula di errore e certissima per sé e per la sua ancella, che si chiama Perspettiva". Ma il paragone che più ci interessa è il primo. Dante rileva infatti che pure la Geometria si muove, come Giove tra Saturno e Marte, "intra due repugnanti a essa, sì come tra 'l punto e lo cerchio". Chiarisce subito che per 'cerchio' egli intende "largamente ogni ritondo, o corpo o superficie", quindi anche la sfera. Spiega poi il perché la Geometria oscilla tra questi due estremi, punto e cerchio. Osserva a riguardo che, "sì come dice Euclide", della Geometria "lo punto è principio", mentre "lo cerchio è perfettissima figura" e come tale ha "ragione di fine; sicché tra 'l punto e 'l cerchio, siccome tra principio e fine, si muove la geometria". Sono tuttavia entrambi "*repugnanti*" alla Geometria stessa, perché "*immensurabili*", essi pure segno non di certezza ma di mistero: il punto perché adimensionale e indivisibile, il cerchio perché "impossibile a quadrare perfettamente".

Ora, si ricorderà che gli *Elementi* di Euclide [Eu] si aprono proprio con la definizione di punto come "ciò che non ha parti" e si concludono nel libro XIII trattando la sfera e come vi si iscrivono i solidi platonici. In questo senso punto e cerchio hanno ragione di principio e fine nella Geometria. Ma interpretare solo così la similitudine del *Convivio* appare troppo riduttivo. In realtà, come osserva acutamente Mandel'stam [Man, p. 130], nella poesia di Dante "ogni parola è un fascio di significati che, lungi dal convergere in un medesimo punto ufficiale, s'irradiano in diverse direzioni". Ciò vale certamente per i due oggetti geometrici, come ora vedremo.

Per cominciare, il "punto", che compare spesso nella *Commedia*, non è tanto il punto "euclideo", privo di dimensione e contenuto, quanto piuttosto quello "pitagorico". Ossia un oggetto ricco di significati profondi, con una valenza semantica eccezionalmente ampia, di carattere sia spaziale (*Paradiso*, XXVIII, 16-18) che temporale (*Paradiso*, XVII, 17-18), fino a rappresentare addirittura, con grande efficacia, l'infinitamente piccolo e l'infinitamente grande

(*Paradiso*, XXXIII, 80-81). Colpisce a riguardo il fatto che la *Commedia* che si chiude con l'immagine di Dio come un punto di luce (*Paradiso*, XXX, 11-12) si apre invece (*Inferno*, I, 2) con l'immagine, completamente opposta, di una "selva oscura", un luogo che secondo Charles Singleton non può essere identificato geograficamente, anzi più precisamente è "un luogo che non occupa spazio" [Si, p. 26], quasi un punto euclideo. Così, con un'immagine ardita, la *Commedia* potrebbe essere riguardata anche come un percorso poetico che si svolge tra due "punti": il primo, "euclideo", il secondo e ultimo, "pitagorico". Vale la pena di aggiungere che il punto, per altri versi, è anche un polo attrattore di energia: basta pensare al movimento incessante dei beati intorno a Dio. Ma non è solo questo. Per esempio, a proposito dell'ultimo canto del *Paradiso*, quando la vista di Dante "più e più intrava per lo raggio / dell'alta luce che da sé è vera", George Steiner osserva [St, p. 63]: "A mano a mano che il poeta ascende, le sue parole rimangono indietro. Finché nel verso 56 del Canto XXXIII, *il parlar nostro*, il nostro discorso umano, viene meno del tutto". Dunque la parola scompare, quasi assorbita dalla luce divina, e resta solo il silenzio (cfr. in proposito [Mar2]).

Anche il cerchio, per Dante, non è solo la figura immobile, chiusa in se stessa e nella sua perfezione intrinseca — immagine chiaramente euclideo-aristotelica — ma una forma "dinamica", vitale, ricca di suggestioni profonde e ispiratrice di similitudini audaci (cfr. in proposito il Capitolo "Il 'Logos' del cerchio" del volume [Ze1]).

In verità sui significati di "punto" e di "cerchio" nella *Commedia* pare difficile aggiungere qualcosa di originale all'analisi magistrale di Giulio Ferroni in [Fer], cui dunque rimandiamo, mentre sul tema generale del "punto" in Dante, un riferimento obbligato resta il saggio ampio e straordinariamente stimolante di Corrado Bologna [Bol].

Per completare il capitolo, ribadiamo come gli accenni alla Geometria nella *Commedia* sono comunque funzionali alla poesia e al racconto: non solo non rallentano il ritmo, ma contribuiscono addirittura ad arricchire l'effetto espressivo, grazie all'uso sapiente delle figure retoriche (cfr. [Mar1]). Basti pensare alle proprietà geometriche che intervengono ad animare, rapide e incisive, il racconto dantesco nel *Paradiso*: quella degli angoli interni di un triangolo "come veggion le terrene menti / non capere in triangol due ottusi" (XIII, 14-15) o quella di un triangolo inscritto in un semicerchio, "o se del mezzo cerchio far si puote / triangol sì ch'un retto non avesse" (XIII, 101-2). Non semplici enunciazioni di regole — corrispondenti rispettivamente alla Proposizione 17 del primo Libro e alla Proposizione 31 del terzo Libro degli *Elementi* — ma termini efficaci di paragone tra l'umana comprensione dei teoremi e, nel primo caso, la capacità dei beati di contemplare in Dio il futuro, nel secondo, la saggezza di Salomone, che alle certezze della scienza preferisce

la giustizia. Si noti poi come, nella seconda citazione, l'accento del Poeta sembri privilegiare più il semicerchio che il triangolo inscritto.

4. La misura del cerchio

Quando si parla di misura del cerchio, intesa come calcolo della sua area, o della lunghezza della circonferenza esterna a partire dal raggio, si esce fuori dal corpus euclideo, che non considera le due questioni, e si va invece a coinvolgere Archimede (287-2121 a.C.), che le risolve entrambe, insieme agli analoghi problemi riguardanti la sfera.

Come già si è sottolineato, Dante non conosceva l'opera di Archimede se non molto parzialmente e indirettamente, il che spiega, tra l'altro, perché non lo citi mai nei suoi scritti. Del resto, come appunto si osservava, la riscoperta di molte opere archimedee avvenne solo in epoca successiva, nel tardo Medio Evo e nel Rinascimento. Tuttavia il celebre trattato sulla *Misura del cerchio* ([Arc], [Ge], [He, pp. 91-98]) circolava anche ai tempi del poeta, almeno nelle rielaborazioni di matematici arabi. Si può dunque congetturare che egli non ne fosse completamente all'oscuro.

Ora, è nella *Misura del cerchio* che Archimede dimostra come un rapporto costante leghi la lunghezza di una qualsiasi circonferenza al suo diametro, e allo stesso tempo l'area di un qualsiasi cerchio a quella del quadrato costruito sul suo raggio. Questo rapporto, che regola entrambi i casi, è il numero che oggi si chiama *pi greco* e si indica con π , e del quale è lecito percepire qualche traccia pure nella *Commedia*. Infatti la stima che Archimede stabilisce per eccesso di π è $22/7 = 3 + 1/7$ — tra l'altro, più precisa del 3,14 cui siamo abituati sin dalle scuole secondarie. Che Dante sia consapevole di questa approssimazione con il numero razionale $22/7$ lo testimonierebbero alcuni passi dell'*Inferno* (XXIX, 9 e XXX, 86-87). Vi si descrivono le Malebolge, che, geometricamente parlando, sono valli circolari e concentriche. Nel XXIX canto si dice di una di esse che è lunga 22 miglia — “che miglia ventidue la valle volge”. Nel XXX si afferma della valle successiva, più piccola: “con tutto ch'ella volge undici miglia, / e men d'un mezzo di traverso non ci ha”. In conclusione *pi greco*, in quanto rapporto tra la lunghezza di una circonferenza e un suo diametro, risulterebbe approssimato per difetto da $11/5$. Ma il riferimento a 22 e alla sua metà 11 pare confermare che Dante abbia in mente la stima di Archimede, cioè $11/3,5 = 22/7$. Alcuni studi della struttura geometrica dell'*Inferno*, inclusi quelli di Galileo [Gal], accolgono questa ipotesi, o almeno la presuppongono.

Ma torniamo alla coppia di questioni intriganti che π propone, e cioè la quadratura del cerchio e la rettificazione della circonferenza, ovvero rispettivamente la costruzione del lato di un quadrato equivalente al cerchio stesso e di un segmento uguale alla circonferenza stessa, da eseguire entrambe

col solo uso degli strumenti classici della riga e del compasso (cfr. [CR]). Può essere utile riportare in proposito un'altra osservazione di Severi [Sev], che rimarca ancor più le raffinate competenze matematiche del Poeta. Essa prende spunto dal passo già citato del *Convivio* in cui si paragona la Geometria a Giove e, parlando specificamente del cerchio, si afferma che esso “per lo suo arco è impossibile a quadrare perfettamente, e però è impossibile a misurare a punto”. Severi ravvisa in queste parole la coscienza dantesca che i due problemi, rettificazione e quadratura, ammettono una comune radice, che è poi π . Ritiene “*mirabile*” questa percezione, “perché sembra alludere ad una equivalenza sostanziale, che Archimede ben conosceva, ma che non tutti i coevi di Dante avrebbero intuito, tra la rettificazione della circonferenza e la quadratura del cerchio (problemi risolti dalla matematica moderna nel 1882)”. In effetti fu solo nel 1882 che il matematico tedesco Ferdinand von Lindemann provò rigorosamente l'impossibilità delle due costruzioni con riga e compasso. Naturalmente Dante non poteva disporre dei concetti e degli strumenti che Lindemann impiegò nella sua dimostrazione; tuttavia nel passo del *Convivio* ne condivide in qualche modo la conclusione negativa, restando saldamente ancorato alla perfetta rotondità del cerchio e alla sua conseguente sfuggevolezza.

Dante si affida poi proprio all'impossibilità di quadrare il cerchio in una delle similitudini più ardite e mirabili del *Paradiso*, nel canto XXXIII, vv. 133-138, quasi alla fine dell'intera *Commedia*, quando vuole descrivere in termini umanamente accessibili il mistero della doppia natura umana e divina di Cristo. Lo sforzo di comprendere la verità della fede viene allora paragonato a quello del matematico che si impegna inutilmente a calcolare l'area del circolo:

Qual è 'l geomètra che tutto s'affige
 per misurar lo cerchio, e non ritrova,
 pensando, quel principio ond'elli indige,
 tal era io a quella vista nova:
 veder volea come si convenne
 l'imago al cerchio e come vi s'indova.

In realtà, il motivo del cerchio e della sfera pervade non solo il *Paradiso*, ma l'intero poema. Borges nei suoi *Saggi danteschi* [Bor] ne enfatizza le origini platoniche e prima ancora pitagoriche: “Il Demiurgo, o Artefice, del *Timeo* [...] giudicò che il movimento più perfetto fosse la rotazione, e il corpo più perfetto la sfera; questo dogma [...] detta la geografia dei tre mondi percorsi da Dante”. Tuttavia è soprattutto nel *Paradiso* che la geometria dei punti e delle sfere si espande e sovrabbonda — una constatazione per certi versi stupefacente, perché la scienza umana e quindi, si direbbe, anche la matematica si accomiatano

insieme a Virgilio dal Poeta alla fine del *Purgatorio*, cedendo il passo a Beatrice e alla teologia, e più avanti alla mistica. Nel *Paradiso* infatti (XXX, 122-123), “dove Dio senza mezzo governa / la legge natural nulla rileva”, cioè ogni capacità di misurazione cessa. Eppure la matematica sussiste. Per confermarlo, tantissime altre citazioni si potrebbero aggiungere alla similitudine appena ricordata sul geometra. In esse il cerchio è inteso per lo più come sede di movimento: dal centro verso il bordo, cioè verso la circonferenza, oppure sul bordo stesso, oppure ancora come “*rota*” (si pensi qui al rapido paragone che troviamo nel penultimo verso del *Paradiso*, “sì come rota ch’igualmente è mossa”, a significare come Dio abbia già ormai disposto gli affetti e la volontà di Dante alla loro armonia più perfetta).

A riguardo di tale movimento, sono memorabili i versi con cui si apre il canto XIV del *Paradiso*: “Dal centro al cerchio, e sì dal cerchio al centro, / movesi l’acqua in un rotondo vaso, / secondo ch’è percossa fuori o dentro”. La scena vede Beatrice che si trova al centro di una “*ghirlanda*” di beati disposti in circolo, tra i quali sta San Tommaso, con cui lei prende a dialogare. Così, tramite le loro voci, il punto e il cerchio, il centro e il contorno, paiono quasi congiungersi trasformandosi l’uno nell’altro, come le onde provocate nell’acqua di uno stagno da un oggetto che vi è stato lanciato. Punto e cerchio vanno poi a legarsi al “numero”, specificamente all’1 e al 3 di Dio uno e trino, di cui i beati prendono a cantare l’elogio (vv. 28-30). Traiamo un’ultima citazione sul cerchio sempre dal *Paradiso*, dai versi 103-105 del canto XXX, in cui si descrive il cielo dell’Empireo, illuminato dalla grazia: “E’ si distende in circular figura, / in tanto che la sua circonferenza / sarebbe al sol troppo larga cintura”. Traspare così in questi versi un’altra proprietà notevole del cerchio, non considerata da Euclide: si tratta della cosiddetta *proprietà isoperimetrica*, secondo cui (cfr. [CR]) “tra tutte le figure piane aventi perimetro assegnato, quella che ha l’area massima è il cerchio”.

Prima di chiudere il capitolo dedicato al cerchio e ai suoi dilemmi, in un articolo che parla anche dei matematici nella *Commedia*, è giusto accennare pure a Brisone di Eraclea, che visse nella seconda metà del quinto secolo a.C. e fu tra i geometri che si interessarono al problema della quadratura. Gli si attribuisce un tentativo di risolvere la questione, basato sull’approssimazione del cerchio stesso con poligoni inscritti e circoscritti — un’idea che secondo alcuni anticiperebbe addirittura Archimede. Aristotele però critica apertamente questo metodo (nelle *Confutazioni sofistiche* [Ari], 171b12-18, 172a2-7), rimproverando l’approccio poco geometrico della sua argomentazione, ritenuta peraltro piuttosto grossolana anche da altri commentatori. C’è da aggiungere che Aristotele disapprova Brisone pure per altre ragioni, estranee alla matematica. Dante sottoscrive completamente questi pareri negativi nel canto XIII del *Paradiso*, includendo Brisone, nel verso 123, tra “chi pesca per lo vero

e non ha l'arte" e più tardi, nei versi 125-126, tra i molti "li quali andavano e non sapean dove".

5. Astronomia e Astrologia

"Il maggior divario tra il pensiero arcaico e quello moderno sta nell'uso dell'astrologia". [È Dante che] "con 'magica sapienza', come dicevano i semplici, abbraccia l'intero percorso, o per meglio dire, l'intero *cheminement de la pensée* tra due epoche del mondo. Egli è un aristotelico fino al midollo, impregnato della disciplina del tomismo [...] e tuttavia il suo spirito arriva d'impeto a capire le stelle nelle loro implicazioni pitagoriche". Queste frasi illuminanti [DSD, p. 100] ci conducono al cuore della cultura del Medio Evo che coniuga Astronomia e Astrologia, accogliendone le leggi tramandate dagli antichi, riviste semmai secondo le concezioni cristiane, ma ne ricerca pure i segreti numerici, le valenze mistiche e perfino le armonie sonore. Una testimonianza esplicita si trova nel I Canto del *Paradiso* (vv. 76-84), dove Dante avverte per la prima volta quell'armonia della "musica delle sfere celesti" di cui già abbiamo parlato. Vale la pena ricordare che l'argomento ritornerà a distanza di secoli addirittura in Keplero, come si legge in [Boi, p. 16]: "*Nell'Harmonices mundi* egli precisa [...] che 'i moti dei cieli altro non sono che il perenne concento (razionale, non vocale)' prodotto dalle 'dissonanti tensioni', dalle 'sincopi o cadenze' dell'universo". Ma in realtà si tratta di un *topos* molto antico e ben radicato che ha attraversato un po' tutta la storia della cultura occidentale (cfr. [Boi], [Spi], [Sta]).

Quanto all'Astrologia, è vero che Dante nel *Convivio* (II, III, 3) critica "l'antica grossezza de li astrologi", ma lo fa soprattutto perché mira alto, nell'ambito della tradizione colta del Medio Evo, così come "prima di innalzarsi al Paradiso (II 1-6), consiglia a tutti gli ignoranti (coloro che sono 'in piccioletta barca') di abbandonare la lettura del poema" [Cur, p. 402]. Ma altrove, a cominciare dallo stesso *Convivio*, Dante identifica Astronomia e Astrologia al punto da adoperare solo il secondo nome per racchiuderle e indicarle entrambe. Il pianeta che corrisponde a quest'unica arte liberale, cioè all'Astrologia, nella corrispondenza del *Convivio* è Saturno. Il motivo è, nuovamente, doppio: Saturno è lento nella sua evoluzione e massimamente distante dalla Terra. Allo stesso modo, sostiene Dante, l'Astronomia chiede tempo e attenzione per essere appresa, e tuttavia è la più alta tra tutte le scienze, per la nobiltà del suo argomento e per la certezza dei suoi risultati. Sia detto per inciso: al matematico di oggi l'idea di un cielo — Saturno — che simboleggia lo studio di tutti i cieli potrebbe richiamare il paradosso di Russell e l'insieme di tutti gli insiemi (per ulteriori dettagli su questo argomento rimandiamo a [LR], [LT, Capitolo 3] e [Tof3, Capitolo VII]).

Pure nella *Commedia* Dante si conferma spirito erudito e curioso a proposito degli astri e dei loro problemi. Ad esempio, si interroga a lungo sulle cause delle macchie lunari o sulla genesi della Via Lattea. Sul primo fenomeno si sofferma nel canto II del *Paradiso* (si veda il saggio ampio e approfondito sull'intero canto contenuto in [Sta]). È lui stesso a iniziare il discorso, chiedendo a Beatrice “*che son li segni bui*” che compaiono appunto sulla luna. Prova da solo a risponderci, attribuendo la cosa a buchi o dislivelli sulla superficie del satellite. Beatrice ribatte che, se la luna fosse forata, durante le eclissi del sole ne lascerebbe filtrare i raggi; poi, per confutare l'altra spiegazione, propone il celebre paragone di tre specchi che riflettono la stessa fiamma, ma a distanze diverse, quello di mezzo più lontano degli altri due che lo contornano: le immagini avranno allora dimensioni differenti, ma uguale splendore. Allo stesso modo una superficie frastagliata e ineguale non può causare una diminuzione di luce. Beatrice passa poi a esporre la soluzione completa del problema (vv. 106-148), utilizzando un'argomentazione che appare oggi molto debole. Tuttavia, Severi fa un'osservazione interessante in proposito [Sev]:

L'argomento delle macchie lunari è degno di speciale considerazione, perché chiarisce l'orientamento sperimentale del pensiero dell'Alighieri, mentre la Scolastica mira soprattutto al dato primitivo della osservazione sensitiva, la quale non è ancora esperienza.

Un'altra “*opinione*” oggi molto discutibile riguarda la Via Lattea, che si comporrebbe di una moltitudine di stelle fisse “tanto picciole che distinguere di qua giù non le potemo” e deriverebbe il suo albore dallo spessore della parte del cielo che la ospita (*Convivio* II, XIV, 7). In verità Dante riconosce nell'occasione che sull'argomento “li filosofi” hanno una gran varietà di pareri — un'osservazione azzeccata e modernissima sulla difficoltà di cogliere scientificamente la verità. Tanto ribadisce nel Canto XIV del *Paradiso* (versi 97-99), quando ha modo di ammirare la Via Lattea dal cielo di Marte. La definisce allora “Galassia sì, che fa dubbiar ben saggi”. Nella terzina che segue scrive ancora: “sì costellati facean nel profondo / Marte quei raggi il venerabil segno / che fan giunture di quadranti in tondo”, significando la croce greca, bordata da una circonferenza, in cui “lampeggiava Cristo”. Anche qui il cerchio interviene come figura di Dio.

Il doppio inciso su macchie lunari e stelle conferma che in Dante la scienza, e nella fattispecie l'osservazione astronomica, non si disgiungono mai dalla fede. Un'ulteriore testimonianza si trova in un passo ben noto del *Paradiso* (I, 37-42), dove nel congiungimento astrale di “quattro cerchi” (immagine geometrica) con “tre croci” (immagine mistica) si può ravvisare l'incrocio, in senso allegorico, delle quattro virtù cardinali e delle tre teologali.

Veniamo finalmente alla concezione dantesca dell'universo, la quale deriva sostanzialmente da Claudio Tolomeo, astronomo e matematico, che operò ad Alessandria d'Egitto nel II secolo e che, come sappiamo, figura nella *Commedia* tra gli spiriti magni del limbo. Le concezioni tolemaiche arrivarono al Poeta probabilmente filtrate da scienziati arabi della fine del primo millennio, soprattutto Al-Faghani (o, come Dante lo chiama, Alfragano). Le troviamo espresse nel *Convivio* II, III, 5-6 e, riferite alla "*cristiana veritate*", anche nella *Vita Nuova*, XXIX, 2. La concezione cosmologica aristotelico-tolemaico-cristiana, che Dante accoglie pure nella *Commedia*, immagina che intorno alla Terra girino nove cieli, gli otto di Aristotele (inclusi Sole e Giove) e poi, seguendo Tolomeo, un ultimo che li avvolge tutti, cioè il cristallino o Primo Mobile. Al di là di questo, e qui passiamo alla visione cristiana, sta Dio traboccante di luce nel suo Empireo. A circondarlo sono ancora 9 cieli, corrispondenti alle gerarchie angeliche, tanto più sfolgoranti e veloci nel loro movimento, quanto più a Lui vicini.

T.S. Eliot in [El] dichiara "quasi inintelligibile" l'astronomia dantesca, cui antepone la dimensione delle passioni e dei sentimenti. Eppure a partire dagli inizi del Novecento pensatori e matematici autorevoli come Pavel Florenskij [Fl], Andreas Speiser [Sp], Hermann Weyl [We], Robert Osserman [Os], e molti altri dopo di loro (cfr. in particolare [Pe], [Ber] e [Pat]) hanno sottolineato nei loro commenti su Dante il legame sorprendente tra le sue idee cosmologiche e certi sviluppi recenti della scienza, come le geometrie non euclidee e la teoria della relatività. Hanno osservato precisamente che l'universo raffigurato nella *Commedia* richiama l'*ipersfera*, ossia l'equivalente della sfera in uno spazio a 4 dimensioni [Tof2]. Si tratta in sostanza della stessa immagine di spazio quadridimensionale (in cui alle coordinate dello spazio ordinario va aggiunto il tempo) rappresentata nel cosiddetto *modello statico* di Einstein del 1917, poi abbandonato perché contraddetto da risultati sperimentali e sostituito dall'ipotesi di un cosmo in espansione. Conviene inoltre ricordare che, in base all'evoluzione degli studi della fisica, le immagini delle stelle, quali noi le vediamo oggi dalla terra, derivano in realtà dal passato, in ragione della velocità con cui la loro luce si va propagando. Su questa base si può ben ammettere anche dal punto di vista scientifico che in un Dio, che è principio supremo di luce e di energia, tutti i tempi si concentrino e tutte le proporzioni si ribaltino.

Per finire, aggiungiamo che numerose osservazioni interessanti sull'Astronomia in Dante si trovano nel volume di Piero Boitani [Boi], dedicato interamente allo sguardo rivolto dall'umanità al cielo stellato fin dai primordi della civiltà. Si tratta di una fonte inestimabile di riflessioni, spunti e riferimenti che attraversano i secoli e varie civiltà, spaziando dalla letteratura alla filosofia, dalla poesia alla musica, dall'arte alla scienza: non è solo una straordinaria opera enciclopedica ma, come scrive l'Autore, "un libro di *world literature*".

6. Dialettica e Logica

Pare oggi ampiamente condivisa l'opinione secondo cui Dante, per "dialettica", intenda la logica, così come si trova esposta nell'*Organon* aristotelico [Ari]; fonti autorevoli concordano infatti che, nel pensiero di quei tempi, le due discipline coincidevano. Così la Logica, sia pure sotto le vesti della Dialettica, trova posto, al pari di Arismetria, Geometria e Astronomia, nella corrispondenza tra cieli e arti che si stabilisce nel *Convivio* (II, XIII, 11-12), paragonata stavolta a Mercurio ed elogiata perché "perfettamente [...] compilata e terminata".

È certo che Dante ebbe grande familiarità pure con la logica della sua epoca. In quel periodo i testi fondamentali di riferimento erano i due trattati *Logica vetus* e *Logica nova*, derivati da Aristotele per opera di vari pensatori medievali. Il primo era conosciuto già molto prima del Poeta, il secondo risaliva comunque al suo tempo. In particolare Dante conobbe ed esercitò la sillogistica aristotelica, così come essa gli fu tramandata. La vediamo ripetutamente applicata nel *De Monarchia*. Troviamo ad esempio nel libro primo di quell'opera, XI, 9, la seguente argomentazione, che riportiamo come curiosità: "omne B est A; solum C est A: ergo solum C est B. Quod est: omne B est A; nullum preter C est A: ergo nullum preter C est B".

Del resto, spunti di logica si ritrovano, com'è noto, pure nella *Commedia*. Basta pensare (*Inf.* XXVII, vv. 122-123) a Guido da Montefeltro, condottiero e poi frate, la cui anima è sottratta a San Francesco e alla beatitudine celeste da un diavolo, nero cherubino, proprio grazie a un sottile argomento di logica frammista alla teologia: "Forse / tu non sapevi ch'io loïco fossi!"; oppure (*Par.* XIII, vv. 98-99) a Salomone, lodato da San Tommaso in verità per aver preferito il dono della sapienza alla capacità di dirimere questioni logiche ("se necesse / con contingente mai necesse fenno"). Molto efficace risulta pure l'uso poetico del termine "sillogismo", in senso traslato, nel canto XXIV del *Paradiso* (vv. 91-96), per sottolineare l'insufficienza dei procedimenti della logica tradizionale davanti alle verità della Fede.

Va tuttavia chiarito che la logica dell'epoca di Dante non può certo definirsi "matematica". Anzi, tra le arti liberali si dispone nel Trivio, e non nel Quadrivio, dove invece stanno Aritmetica e Geometria. Era a ogni modo lontana dall'adoperare idee e tecniche di matematica, né pretendeva di vincolare la matematica con i suoi dettami. Si basava appunto sui sillogismi, dunque sulla lezione di Aristotele, che del resto era stato il suo fondatore e l'aveva intesa come l'arte di ragionare e dimostrare, e quindi come presupposto

essenziale di ogni scienza. Al contrario, la logica matematica, così come oggi la conosciamo, prese forma molti secoli dopo Dante, nell'Ottocento con George Boole, presagita semmai nel Seicento dal “*calculemus!*” di Leibniz. Perciò annoverare i logici che la *Commedia* menziona nella categoria dei matematici è oggettivamente arrischiato, ma forse non del tutto peregrino. In effetti i teoremi di incompletezza di Gödel, che abbiamo citato a proposito dell'aritmetica, sono veri e propri gioielli di logica, fondamentali tuttavia nella storia dell'intera matematica: sottolineano infatti come entrambe, logica e matematica, siano tutto meno che “perfettamente compilate e terminate”.

Prendiamo allora atto che, nei versi della *Commedia*, la logica compare rappresentata anzitutto da Pietro di Giuliano, lisbonese, detto Pietro Ispano (1220-1277), uomo di varia e vasta cultura che, col nome di Giovanni XXI, ascese al soglio pontificio nel 1276. Dante lo include tra i beati che incontra in *Paradiso*. Ma, più che come pontefice, lo elogia proprio come logico e filosofo, autore di un'opera di sillogistica, le *Summulae logicales* (*Paradiso* XII, 134-135): “e Pietro Ispano, / lo qual giù luce in dodici libelli”, quelli che appunto costituiscono il suddetto trattato.

Tra i logici che appaiono a Dante in *Paradiso* c'è pure Sigieri di Brabante (1226-1284), lui pure filosofo, per di più docente a Parigi. Ai versi 136-138 del canto X, Dante lo celebra con queste parole: “essa è la luce eterna di Sigieri, / che, leggendo nel vico degli strami, / sillogizzò invidiosi veri”. Il “vico degli strami” di cui si parla sarebbe la rue de Fouarre, la via della paglia, dove si trovavano le scuole di filosofia a Parigi. Il verso finale allude alle polemiche che accompagnarono certe idee di Sigieri (“l'averroista [...] che insegnò il tempo circolare” per dirla con Borges [Bor, p. 1282]): una diatriba filosofica che nel 1277 portò addirittura a un'inchiesta, disposta dal papa di allora — che era proprio Pietro Ispano. È quindi notevole che Dante collochi pure Sigieri tra gli eletti, anticipando di parecchi secoli il giudizio ampiamente positivo che oggi viene dato alla sua opera. Un ulteriore esempio di presa di posizione coraggiosa e indipendente del Poeta rispetto alla cultura dominante del suo tempo, tanto più che nel *Paradiso*, quando Dante incontra gli spiriti sapienti del Quarto Cielo, Sigieri viene introdotto proprio da San Tommaso, il quale invece si schierò apertamente contro gli averroisti del suo tempo, considerati eretici.

Oggi, a distanza di secoli, non pare esserci alcun dubbio che Sigieri sia stato “un pensatore profondo, un filosofo eminente” [VS], anche se la sua carriera fu bruscamente interrotta con la condanna del 1277 (seguita a un'altra precedente del vescovo di Parigi nel 1270). Apparentemente il suo pensiero subì una progressiva evoluzione, a partire dalle *Quaestiones in tertium de anima*, in cui seguiva fedelmente le posizioni di Averroè, pubblicate prima del 1270. D'altra parte Tommaso d'Aquino (1225-1274), che lasciò Parigi nel 1272, aveva conosciuto solo il giovane Sigieri averroista e infatti [VS, p. 22] “scrive il suo

opuscolo sull'unità dell'intelletto *contra averroistas parisienses*, ossia contro quei maestri che sostenevano la famosa dottrina del monopsichismo, dell'unico intelletto per tutta l'umanità". Sembra tuttavia che dopo il 1270 Sigieri abbia avuto un profondo ripensamento. In particolare [VS, p. 23] "nelle *Quaestiones in librum de causis* (scoperte recentemente) abbandonò interamente il monopsichismo. Così si può seguire molto bene l'evoluzione di Sigieri e il suo distacco dalle tesi eretiche di Averroè. San Tommaso non ha avuto l'occasione di conoscere il migliore Sigieri, ma solo, per così dire, il Sigieri peggiore, appunto il Sigieri radicale della gioventù".

7. Dante e la scienza del Novecento

Numerosi sono stati nel secolo scorso, e fino ai nostri giorni, i commenti e le riflessioni sull'opera di Dante da parte di studiosi di discipline scientifiche. Segnaliamo in particolare: [An], [Ber], [BR], [Can], [Da], [DC], [F1], [Os], [Pat], [Pe], [Sev], [Spe], [Tof2], [Vi], [We]. Questo grande interesse non solo conferma la straordinaria potenzialità espressiva della *Commedia*, ricca di intuizioni di grande attualità, ma smentisce, perfino nell'ambito scientifico, la preoccupazione espressa dal Poeta nei confronti delle generazioni future (*Paradiso* XVII, 119-120): "temo di perder viver tra coloro / che questo tempo chiameranno antico". Ciò appare del tutto coerente con quanto avvenuto in generale riguardo alla ricezione della *Commedia* nel XX secolo, secondo cui [Cas, p. 50] "la tendenza a individuare nel poema dantesco una sorta di paradigma utilizzabile per saggiare i destini moderni, individuali e collettivi, si afferma sempre più largamente nel corso del Novecento".

Quanto alla matematica, una traccia notevole ha lasciato il profondo ripensamento avvenuto ai primi del Novecento, a motivo della crisi dei fondamenti seguita allo sviluppo impetuoso registrato nel secolo precedente (cfr. [Boy], [CR], [LR]). Essa diventa così "la scienza dell'infinito", secondo la celebre definizione programmatica di Hermann Weyl [We], chiaramente ispirata dagli straordinari risultati sugli insiemi infiniti ottenuti da Georg Cantor. A quest'ultimo si deve peraltro la celebre frase "L'essenza della matematica è proprio la libertà", essa pure sorprendente, tuttavia rivelatrice di un nuovo modo di intendere la disciplina. Se aggiungiamo poi la scoperta delle geometrie non euclidee, con la scomparsa definitiva dello spazio assoluto, e in più le conseguenze della teoria della relatività, con la scomparsa del tempo assoluto, si comprende bene il mutamento rivoluzionario operato dalla scienza su alcune categorie fondamentali accettate dall'uomo per secoli, o meglio fin dalla remota antichità.

Muovendo da queste premesse, è facile comprendere come nei confronti della *Commedia* sia emersa nel corso del XX secolo una rinnovata attenzione, insieme all'esigenza di un'attenta e meditata ri-lettura da parte degli scienziati. Confidiamo di aver fornito nelle pagine precedenti spunti sufficienti a sostegno e illustrazione di questa tesi. Per ribadirla in questo capitolo conclusivo ci affidiamo all'ulteriore, autorevolissima testimonianza di alcuni illustri pensatori, peraltro già citati in precedenza (e non tutti matematici).

Emblematica ci pare la figura del poeta e critico Osip Mandel'stam (1891-1938), autore di uno dei più originali, innovativi e penetranti saggi sulla *Commedia*, dove osservazioni di carattere letterario ed estetico si fondono perfettamente con immagini e concetti di tipo scientifico: si potrebbe anzi ragionevolmente sostenere che nessun lavoro su Dante e la scienza del Novecento possa ignorare il suo celebre saggio [Man]. Vale la pena di ricordare qui le parole di un grande filologo e critico contemporaneo [Bol, p. 722]: "Il suo Discorso su Dante, degli anni Trenta, è una vera miniera di preziosi non ancora valutati a sufficienza".

Già nelle prime pagine del suo saggio troviamo esposta l'idea di fondo (p. 124): "La poesia di Dante fa proprie tutte le forme di energia note alla scienza moderna: l'unità di luce, suono e materia costituisce la sua intima natura". In tutto il lavoro ricorre poi — quasi un leitmotiv di stampo pitagorico — il paragone con la musica: "I canti di Dante sono partiture scritte per una speciale orchestra chimica, nelle quali l'orecchio estraneo avverte particolarmente le metafore, equivalenti a parti d'insieme, e gli assoli, cioè le arie e gli 'arioso'" (p. 146). Dante stesso è definito come il "*maestro*" che con la sua bacchetta anticipò di secoli le orchestre moderne. Più precisamente (p. 129):

Assai prima di Bach, quando non si fabbricavano ancora organi monumentali, [...] quando la cetra accompagnata dalla voce umana era ancora lo strumento principe, Dante seppe costruire nello spazio verbale un organo smisurato e potente, sul quale era già in grado di sbizzarrirsi usando tutti i registri possibili, soffiando nei mantici, facendo urlare e tubare tutte le canne.

Riguardo alla scienza, troviamo altre due metafore molto suggestive della *Commedia*. La si raffigura, per esempio, come "una sola strofa, unitaria e inscindibile", un "poliedro di tredicimila facce, mostruoso nella sua regolarità", eppure al tempo stesso un'opera vitale e in continua evoluzione, "attraversata da un flusso di energia costantemente teso alla creazione di nuove forme" (p. 131). L'altra metafora percepisce invece nella *Commedia* un movimento incessante di decomposizione e successiva ricomposizione di elementi minuscoli, quasi particelle subnucleari, che

non si forma per accumulazione, ma in seguito al progressivo distacco dall'oggetto dei singoli particolari, in seguito alla loro fuga, al loro scindersi, levitando al di sopra del sistema, fino a entrare nello spazio o dimensione funzionale, ognuno al momento giusto e in una situazione unica, specificamente determinata (p. 125).

Nel suo saggio Mandel'stam sottolinea pure la perenne attualità della *Commedia*, con alcune parole profetiche: “Non è possibile leggere i canti di Dante senza rivolgerli all'oggi: sono fatti apposta, sono proiettili scagliati per captare il futuro, ed esigono un commento *futurum*” (p. 140). E, ancora: “Fa paura pensare che le accecanti esplosioni della fisica e della cinetica moderne siano già state sfruttate seicento anni prima che ne risuonasse il rimbombo” (p. 151). Infine un auspicio a proposito delle “due culture”: “Il futuro della critica dantesca sarà dominio delle scienze naturali, non appena queste si saranno affinate a sufficienza e avranno imparato a pensare per immagini” (p. 133).

Mandel'stam fu vittima dello stalinismo, al pari di Pavel Florenskij (1882-1937), pensatore e teologo, che si occupò anche di matematica, scienza, arte e linguaggio. Fu molto affascinato, tra l'altro, dalla natura e dal ruolo del simbolo, che approfondì sia riguardo all'arte che alla matematica [Ze2]. A unire Mandel'stam e Florenskij sta pure, sorprendentemente, la passione per Dante e la *Commedia*, un poeta e un'opera per molti versi distanti dalla loro cultura. Ma in realtà, come mostrano i saggi di letterature slavo-romanze contenuti in [Col], esiste un solido filo che attraversa la storia della cultura russa nell'Ottocento e nel Novecento, e che lega profondamente l'opera di Dante a quel mondo letterario, filosofico e artistico. In particolare, uno dei lavori della raccolta contiene un'analisi accurata del saggio di Mandel'stam; vi si legge, tra l'altro, che secondo lo scrittore russo, “la ‘medievalità’ dell'autore della *Commedia* può essere più vicina all'uomo contemporaneo della ‘modernità’ di un qualsiasi grande spirito dei secoli successivi” [Co, p.183].

Florenskij tratta della *Commedia* nel suo saggio del 1922 *Gli Immaginari in geometria* [F1, pp. 278-288] — e si legge che quel suo interesse per Dante esponente del Medio Evo cristiano e “oscurantista” contribuì alla sua condanna al *lager* e poi alla sua fucilazione. Stupisce a ogni modo che in quel lavoro [F1, p. 279] Florenskij citi espressamente la ricorrenza della morte di Dante, ossia il 14 settembre 1921, “il seicentesimo anniversario dalla scomparsa del sommo tra coloro che espressero una concezione integrale del mondo”. Egli spiega in che consista questa concezione [Betti], che è poi quella da noi descritta nel capitolo sull'astronomia: ritiene infatti che l'universo non corrisponda agli schemi euclidei, presentandosi piuttosto come uno spazio finito e chiuso in sé, appunto come un'ipersfera. Quanto poi alla velocità della luce — che la teoria

della relatività ristretta suppone la massima possibile nella nostra metà del cosmo — Florenskij sostiene che essa si raggiunga e superi passando nell'al di là: la si raggiunga al confine, dove ogni corpo ha lunghezza zero, massa infinita e tempo infinito, e quindi è inesteso, immutabile ed eterno come le idee di Platone; e la si superi nell'altro mondo, ultraterreno, spirituale e trascendente, come il Paradiso dantesco. A questo secondo universo si accede attraverso uno squarcio, cioè una discontinuità, del tempo. Al suo interno il tempo stesso si rovescia e l'effetto precede la causa. Dio è quindi davvero “punto che raggiava luce”. Può essere utile in proposito riportare la frase di Florenskij molto espressiva, con cui si chiude il saggio in questione [Fl, p. 288]: “Squarciando il tempo, dunque, la *Divina Commedia* finisce inaspettatamente per trovarsi non indietro, ma avanti rispetto alla scienza nostra contemporanea”.

C'è da aggiungere per completezza (cfr. [Fl, p. XXXIX]), che il concetto di “immaginario” al centro del saggio di Florenskij appena analizzato,

non rimanda certo al luogo letterario dell'invenzione, bensì a quello scientifico, essenzialmente geometrico, da intendersi entro la più vasta teoria della spazialità da lui elaborata negli stessi anni. [... Esso] indica un preciso e concreto spazio intermedio tra mondo visibile e mondo invisibile, finito e infinito, nel quale questi due mondi si congiungono senza confondersi, designando ancora una volta il delicato e decisivo passaggio dalla logica formale alla logica del simbolo.

Per finire, proponiamo alcune riflessioni di natura “sapienziale” di Ennio De Giorgi [DG] che paiono avvicinare l'attività matematica alla “costruzione” della *Commedia*, riprendendo i legami tra il pensiero pitagorico e la Sapienza biblica tratteggiati nel secondo capitolo. De Giorgi (1928-1996) è stato grande matematico, ma anche uomo di cultura e rara sensibilità, attento ai temi della giustizia, della pace e del progresso. La prima considerazione che di lui citiamo si riferisce idealmente proprio a “cielo e terra” [DG, pp. 72-73], dunque, potremmo dire, ai due poli dell'universo dantesco, e sottolinea che in matematica

noi riusciamo a studiare il finito solo pensandolo immerso in una cornice infinita. Per esempio, noi non potremmo avere una teoria soddisfacente dei numeri con meno di cinquanta cifre decimali, che pure sono largamente sufficienti per tutti gli usi pratici, senza una teoria generale che ha il suo ambiente naturale nell'insieme infinito di tutti i numeri.

De Giorgi ravvisa proprio in questo uno dei paradossi della matematica:

per studiare le cose più concrete bisogna passare attraverso la riflessione su concetti che invece sembrano superare completamente la nostra esperienza sensibile [...] tutto ciò che noi riusciamo a vedere nel finito ci appare incomprensibile e disarmonico, se non lo pensiamo come parte di un quadro più ampio di grandezza infinita. Il fatto che questo quadro infinito sia in gran parte sconosciuto non ci deve portare a negarne l'esistenza: lo stesso insieme dei numeri interi è in gran parte sconosciuto ai matematici, eppure è il pilastro centrale di tutta la matematica e indirettamente di tutte le scienze che usano in vario modo la matematica.

La seconda riflessione di De Giorgi, che si può considerare come un auspicio per il nostro futuro [DG, p. 124], riguarda il primo teorema di incompletezza di Gödel, che “afferma l'esistenza di proposizioni aritmetiche indecidibili”. De Giorgi ritiene che per ogni matematico esso sia

motivo di gioia e di speranza, facendoci sapere che la ricchezza implicita nell'idea intuitiva di numero intero è inesauribile, che le future generazioni di matematici potranno sempre [...] chiarire ulteriormente ed approfondire quella intuizione senza che la struttura dei numeri interi (primo esempio di insieme infinito incontrato dai matematici) risulti mai banalizzata.

Questa matematica così viva, ricca e dinamica traspare a nostro avviso anche dalla lettura di Dante poeta, grazie, come si è detto, alla sua sensibilità di artista, ma anche alla sua vasta cultura e al contributo non secondario del pensiero pitagorico. Nella *Commedia* la matematica compare contemporaneamente — e, si direbbe, miracolosamente — perfetta e perfettibile, abbagliante e nascosta: un'immagine che, al di fuori di ogni riferimento religioso e al di là dei successivi sviluppi scientifici, corrisponde probabilmente alla sua natura più autentica e attraente. D'altra parte, anche tra gli scienziati del Novecento, come si è detto, è ben radicata la consapevolezza della natura “misteriosa” e affascinante della matematica. Eloquentemente a riguardo è la frase con cui si chiude un celebre articolo dello scienziato ungherese Eugene Wigner, premio Nobel 1963 per la Fisica [Wi]: “The miracle of the appropriateness of the language of mathematics for the formulation of the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve”.

BIBLIOGRAFIA

- [Ag] Agostino. *La Città di Dio*, Milano: Bompiani, 2001.
- [Ali] Alighieri, Dante. *Tutte le opere*, Edizione del Centenario, Milano: Mursia, 1965.
- [An] Andriani, Beniamino. *Aspetti della scienza in Dante*, Firenze: Le Monnier, 1981.
- [Arc] Archimede. *Opere*, a cura di Attilio Frajese, Torino: UTET, 1974.
- [Ari] Aristotele. *Organon. Le Categorie - De Interpretatione - Analitici primi - Analitici secondi - Topici - Confutazioni sofistiche*, coordinamento generale di Maurizio Migliori, Milano: Bompiani, 2016.
- [Au] Auerbach, Erich. *Studi su Dante*, Milano: Feltrinelli, 2005.
- [Ba] Battistini, Andrea. “La precisione della poesia e l’esattezza della scienza”, *La Matematica nella Società e nella Cultura, Rivista dell’UMI*, Vol. 4, n. 3, 2019, pp. 259-267.
- [Ber] Bersanelli, Marco. “From Dante’s Universe to Contemporary Cosmology”, *Istituto Lombardo (Rend. Scienze)*, Vol. 150, 2016, pp. 147-165.
- [Bet] Bettetini, Maria. *La misura delle cose*, Milano: Rusconi, 1994.
- [Betti] Betti, Renato. *La matematica come abitudine del pensiero - Le idee scientifiche di Pavel Florenskij*, Milano: Centro Pristem Università Bocconi, 2009.
- [Bib] *La Bibbia di Gerusalemme*, Bologna: Edizioni Dehoniane, 1990.
- [Bog] Bognini, Filippo. “Per *Purg.*, XXXIII, 1-51: Dante e Giovanni di Boemia”, *Italianistica*, Vol. XXXVII, n.1, 2008, pp.11-48.

- [Boi] Boitani, Piero. *Il grande racconto delle stelle*, Bologna: il Mulino, 2012.
- [Bol] Bologna, Corrado. “Il ‘punto’ che ‘vinse’ Dante in Paradiso”, *Critica del testo*, Vol. VI, n. 2, 2003, pp. 721-754.
- [Bor] Borges, Jorge Luis. *Saggi danteschi*, in *Tutte le opere. Volume secondo*, Milano: Arnoldo Mondadori, 1985, pp. 1261-1309
- [Boy] Boyer, Carl Benjamin. *Storia della matematica*, Milano: Mondadori, 1980.
- [Can] Cantelli, Francesco Paolo. *La conoscenza dei tempi nel viaggio dantesco*, memoria letta all'Accademia Pontaniana nella tornata del 5 novembre 1899, Napoli: Stab. Tip. Regia Università, 1900.
- [Cas] Casadei, Alberto. “Dante nel ventesimo secolo (e oggi)”, *L’Alighieri*, Vol. 35, 2010, pp. 45-74.
- [Cit] Citrini, Claudio. “Sant’Agostino e la matematica”, in Paolo Maroscia, Carlo Toffalori, Francesco Saverio Tortoriello e Gianni Vincenzi (a cura di), *Parole, formule, emozioni. Tra matematica e letteratura*, Novara: UTET De Agostini, 2018, pp. 145-181.
- [Col] Colucci, Michele. *Tra Dante e Majakovskij. Saggi di letterature comparate slavo-romanze*, Roma: Carocci, 2007.
- [Con] Contini, Gianfranco. “La lingua del Petrarca”, in *Il Trecento*, Firenze: Sansoni - Libera cattedra di storia della civiltà fiorentina, 1953, pp. 93-120.
- [Cur] Curtius, Ernst Robert. *Letteratura europea e Medio Evo latino*, Scandicci (Firenze): La Nuova Italia, 1992.
- [CR] Courant, Richard e Robbins, Herbert. *Che cos’è la matematica?*, Torino: Bollati Boringhieri, 2000.
- [Da] D’Amore, Bruno. *Alcuni cenni sulla presenza della Matematica nella Divina Commedia*, *Cultura e Scuola* 127 (1993), pp. 145-161
- [DC] De Castro, Diego. L’opera dantesca di Rodolfo Benini, *Lettere Italiane*, Vol. 18, No.1 (1966), pp. 97-100.

- [DG] De Giorgi, Ennio. *Riflessioni su matematica e sapienza*, Napoli: Accademia Pontaniana, 1996.
- [DS] De Sanctis, Francesco. “Carattere di Dante e sua utopia”, in Michele Scherillo (a cura di), *Saggi Critici*, Prima Serie, Napoli: Ricciardi, 1914.
- [DSD] De Santillana, Giorgio e von Dechend, Hertha. *Il mulino di Amleto. Saggio sul mito e sulla struttura del tempo*, Milano: Adelphi, 2007.
- [El] Eliot, Thomas Stearns. *Il bosco sacro. Saggi sulla poesia e sulla critica*, Milano: Bompiani, 2014.
- [Eu] Euclide, *Gli Elementi*, a cura di Attilio Frajese e Lamberto Maccioni, Torino: UTET, 1988.
- [Ferg] Ferguson, Kitty. *La musica di Pitagora. La nascita del pensiero scientifico*, Torino: Bollati Boringhieri, 2013.
- [Ferr] Ferroni, Giulio. “Il punto e il cerchio: geometria dantesca”, in Paolo Maroscia, Carlo Toffalori, Francesco Saverio Tortoriello e Giovanni Vincenzi (a cura di), *Letteratura e matematica. Spiragli di infinito*, Novara: UTET De Agostini, 2019, pp. 3-20.
- [Fi] Fibonacci, Leonardo. *Liber abbaci*, a cura di Enrico Giusti con la collaborazione di Paolo D’Alessandro, Firenze: Olschki, 2020.
- [Fl] Florenskij, Pavel Aleksandrovic. *Il simbolo e la forma. Scritti di filosofia della scienza*, Torino: Bollati Boringhieri, 2007.
- [Gal] Galilei, Galileo. *Due lezioni all’Accademia fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell’Inferno di Dante*, a cura di Riccardo Pratesi, Livorno: Sillabe, 2010.
- [Gam] Gamba, Enrico. “La Scuola di Atene, matematica e filosofia”, *La Matematica nella Società e nella Cultura, Rivista dell’UMI*, Vol. 5, n. 2, 2020, pp. 135-142.
- [Ge] Geymonat, Mario. *Il grande Archimede*, Roma: Sandro Teti Editore, 2006.
- [Gia] Giamblico. *Il numero e il divino*, Milano: Rusconi, 1995.

- [Gil] Gilson, Simon, “Medieval science in Dante's Commedia: past approaches and future directions”, *Reading Medieval Studies*, Vol. 27, 2001, pp. 39-77.
- [Go] Gorni, Guglielmo. *Lettera Nome Numero. L'ordine delle cose in Dante*, Bologna: il Mulino, 1990.
- [Ha] Hardt, Manfred. *I numeri nella Divina Commedia*, Roma: Salerno Editrice, 2014.
- [He] Heath, Thomas. *The works of Archimedes*, Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [Kl] Kline, Morris. *Storia del pensiero matematico. Vol. 1: Dall'antichità al Settecento*, Torino: Einaudi, 1999.
- [LG] Le Goff, Jacques. *L'immaginario medievale*, Bari: Laterza, 1998.
- [LT] Leonesi, Stefano e Toffalori, Carlo. *Matematica, miracoli e paradossi. Storie di cardinali da Cantor a Gödel*, Milano: Bruno Mondadori, 2007.
- [LR] Lombardo Radice, Lucio. *L'infinito*, Roma: Editori Riuniti, 1981.
- [Man] Mandel'stam, Osip. “Discorso su Dante”, in: *Sulla poesia*, Milano: Bompiani, 2003, pp. 119-158.
- [Mar1] Maroscia, Paolo. “La similitudine nella poesia e nella matematica”, in P. Maroscia, C. Toffalori, F.S. Tortoriello e G. Vincenzi (a cura di), *Parole, formule, emozioni. Tra matematica e letteratura*, Novara: UTET De Agostini, 2018, pp. 3-60.
- [Mar2] Maroscia, Paolo. “Alla scoperta del *non detto* in matematica e in poesia”, in P. Maroscia, C. Toffalori, F.S. Tortoriello e G. Vincenzi (a cura di), *Letteratura e matematica. Spiragli di infinito*, Novara: UTET De Agostini, 2019, pp. 21-76.
- [Mar3] Maroscia, Paolo. “I numeri degli dèi e gli algoritmi degli uomini”, in Guglielmo Chiodi e Maria Immacolata Macioti (a cura di), *Teocrazia e Tecnocrazia*, Napoli: Guida Editori, 2019, pp. 151-171.
- [Na] Nabokov, Vladimir. *Lezioni di letteratura*, Milano: Adelphi, 2018.

- [NN] Nagel, Ernest e Newman, James Roy. *La prova di Gödel*, Torino: Bollati Boringhieri, 2013.
- [Os] Osserman, Robert. *Poesia dell'universo*, Milano: TEA, 1995.
- [Ot] *Ottimo commento alla 'Commedia'*, a cura di Giovanni Battista Boccardo, Massimiliano Corrado, Vittorio Celotto; *Chiose sopra la 'Comedia'*, a cura di Ciro Perna, 3+1 volumi, Roma: Salerno Editrice, 2018.
- [Pat] Patapievici, Horia-Roman. *Gli occhi di Beatrice. Com'era davvero il mondo di Dante?*, Milano: Bruno Mondadori, 2006.
- [Pe] Peterson, Mark. "Dante and the 3-sphere", *American Journal of Physics* 47 (1979), pp. 1031-1035
- [PS] Picchio Simonelli, Maria. "Il giuoco della zara e i mali d'Italia: Lettura del Canto VI del 'Purgatorio'", *Italianistica: Rivista di letteratura italiana*, Vol. 21, n. 2/3, 1992, pp. 331-341.
- [Ro] Rostagni, Augusto. *Il verbo di Pitagora*, Torino: Fratelli Bocca Editori, 1924
- [Sev] Severi, Francesco. "Dante e la scienza dei suoi e dei nostri tempi", in *Trecento*, Firenze: Sansoni - Libera cattedra di storia della civiltà fiorentina, 1953, pp. 71-92.
- [Si] Singleton, Charles Southward. *La poesia della 'Divina Commedia'*, nuova ed. it., Bologna: il Mulino, 2021.
- [Spe] Speiser, Andreas. "Das Raumende und das Jenseits — Dante", in *Klassische Stücke der Mathematik* (Brani classici della matematica), Orell Füssli, 1925, Zürich-Leipzig, pp. 53-57.
- [Spi] Spitzer, Leo. *L'armonia del mondo. Storia semantica di un'idea*, Bologna: il Mulino, 2006.
- [Sta] Stabile, Giorgio. *Dante e la filosofia della natura. Percezioni, linguaggi, cosmologie*, Firenze: SISMELE — Edizioni del Galluzzo, 2007.
- [Ste] Steiner, George. *Linguaggio e silenzio*, Milano: Garzanti, 2006.

- [Tof1] Toffalori, Carlo. “I numeri perfetti e Sant’Agostino”, *Archimede*, Vol. LX, n. 2, 2008, pp. 75-83.
- [Tof2] Toffalori, Carlo. “Lo cielo del Sole: la Matematica e Dante”, in P. Maroscia, C. Toffalori, F.S. Tortoriello e G. Vincenzi (a cura di), *Parole, formule, emozioni. Tra matematica e letteratura*, Novara: UTET De Agostini, 2018, pp. 183-225.
- [Tof3] Toffalori, Carlo. $2^{\aleph_0} = \aleph_1$. *L’equazione degli alef*, Bologna: il Mulino, 2019.
- [Toy] Toynbee, Paget. “Dante’s references to Pythagoras”, *Romania*, Vol. 24, n. 95, 1895, pp. 376-384.
- [Vi] Vinassa de Regny, Paolo. *Dante e Pitagora. La rima segreta in Dante*, Rimini: Guaraldi, 2013.
- [VS] Van Steenberghen, Fernand. “Sigieri, Tommaso e la filosofia del secolo XIII”, in Inos Biffi e Costante Marabelli (a cura di), *Invito al Medioevo*, Milano: Jaca Book, 1982.
- [We] Weyl, Hermann. *Il mondo aperto*, Torino: Bollati Boringhieri, 1981.
- [Wi] Wigner, Eugene Paul. “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences”, *Communications in Pure and Applied Mathematics*, Vol. 3 (1960), pp. 1-14.
- [Ze1] Zellini, Paolo. *Numero e Logos*, Milano: Adelphi, 2010.
- [Ze2] Zellini, Paolo. “Continuo, discontinuo e infinito nel pensiero di Pavel Florenskij”, in P. Maroscia, C. Toffalori, F.S. Tortoriello e G. Vincenzi (a cura di), *Letteratura e matematica. Spiragli di infinito*, Novara: UTET De Agostini, 2019, pp. 163-196.